

1.24) a) El sistema $Ax=b$ es compatible sólo si $b \in \text{col } A$ porque
Para toda matriz $A \in \mathbb{K}^{m \times m}$, $\text{col } A = \{Ax : x \in \mathbb{K}^m\}$ ya que
cada vez que multiplicamos una matriz de $\mathbb{K}^{m \times m}$ por
un vector $x \in \mathbb{K}^m$ obtenemos un elemento de $\text{Col } A$.

b) $Ax=b$ tiene única solución sólo si $\text{Nul } A = \{0\}$ porque
que $\text{Nul}(A) = \{0\}$ significa que $Ax=0$ tiene sólo la solución
trivial y esto equivale a que las columnas de A son
LI, ya que al hacer una CI de ellas cuando las multiplicamos
por $\bar{x} \in \mathbb{K}^m$, como sólo hay una solución trivial, los escalares
 x_1, \dots, x_m son todos 0. ~~Esto implica que para que la~~
~~CI~~ CI de igual a 0. Por lo tanto las columnas son LI ya
que es la única solución. Por lo tanto si las columnas
son LI, la solución de $Ax=b$ es única. Esto
equivale a que $\dim(\text{col } A) = \text{rang } A = m$.